QED

REVISTA MATEMÁTICA

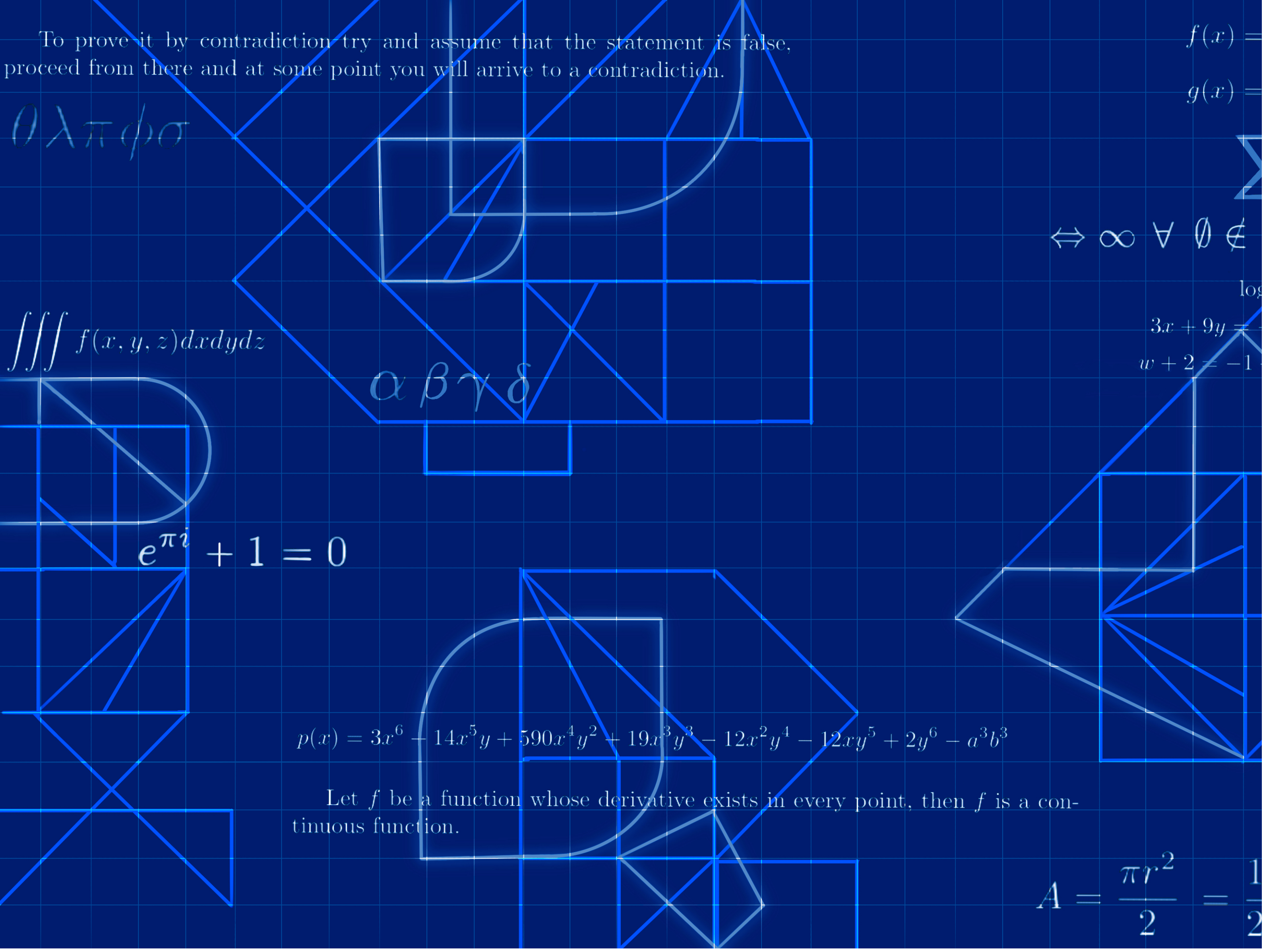
N°1

DIC – 21

Lo que sigue es un avance de la revista científica divulgativa QED, creada por estudiantes de la UAM.

El resto de la revista estará disponible en físico al inicio del segundo cuatrimestre. Se anunciará por redes dónde se podrá obtener o reservar un ejemplar.

La revista entera se podrá encontrar posteriormente en la web de la asociación:
https://matematicas.uam.es/~qed/



ARTÍCULOS

6 En España nos movemos en polares

Calzadas romanas, coordenadas polares y la boda de Felipe V. ¿Qué tienen en común estos tres asuntos? ¡Mira bajo tus pies!

8 La dimensión fractal

Un viaje cautivador por los mundos de dimensión fractal, su presencia en la naturaleza y las herramientas del Cálculo que nos permiten entenderlos.

14 Una breve aproximación al código nazi: Enigma

En la guerra, mantener a salvo los secretos es crucial. Descubre cómo la Criptografía pasó de ser el mejor aliado de las potencias del Eje al peor enemigo.

20 Ondículas

Pero, ¿qué son las ondículas y por qué sustituyen a la transformada de Fourier? Los estudios del Princesa de Asturias tienen importantes aplicaciones en compresión de imágenes y resonancia magnética.

26 Bach elevado a doce

Cómo J.S.Bach solucionó las disonancias de la coma pitagórica basándose en la espiral logarítmica.

HABLAMOS CON...

65 Nicolás Atanes

Conoce al fundador de "Virus matemático". Este estudiante de 17 años quiere llevar la pasión por las matemáticas del aula a la calle, a las noticias, y si nadie lo para, al resto del mundo.

CULTURA

78 Biografía a lo Hamilton: Pitágoras

Breve biografía del matemático más famoso, escrita en verso, siguiendo la técnica utilizada en el musical *Hamilton*.

Reseñas literarias

75 *El tío Petros y la conjetura de Goldbach*

¿Y si descubres que tu misterioso tío fue un matemático brillante? Novela que desvela cómo una pequeña frase puede superar a las más grandes de las mentes.

80 *El valor desconocido*

¿En qué consiste la realidad? ¿Es alcanzable o predecible? Tres búsquedas de la realidad a través de los ojos de tres hermanos.

MATEMÁTICA RECREATIVA

60 Problemas abiertos

Las matemáticas todavía no han sido agotadas. Descubre dos intrigantes problemas que a día de hoy no se han conseguido resolver.

68 Acertijos

Una selección de entretenidos rompecabezas que te distraerán un rato de Cálculo y Topología, los verdaderos rompe-cabezas.

70 ¿Te atreves con los Olímpicos?

Problemas de Olimpiada Matemática dedicados a los que les guste echar mano de papel y bolígrafo mientras se sumergen en razonamientos complejos e ingeniosos.

Se incluye la mayoría de las respuestas.

OPERANDO EN PROSA

36 Paradoja Carroliana

¿Qué ocurre cuando Lewis Carroll, el autor de la célebre obra *Alicia en el País de las Maravillas*, estudia en profundidad las paradojas sobre el infinito del filósofo griego Zenón de Elea? A pesar de los siglos que los separan, ambos autores nos recuerdan que matemáticas y literatura son buenas compañeras.

42 Entrevista a Marta Macho

Las matemáticas: en la frontera entre lo artístico, lo científico, y lo social. Profesora de la UPV/EHU, Marta Macho comparte con nosotros sus reflexiones sobre la situación actual de las matemáticas en nuestro país.

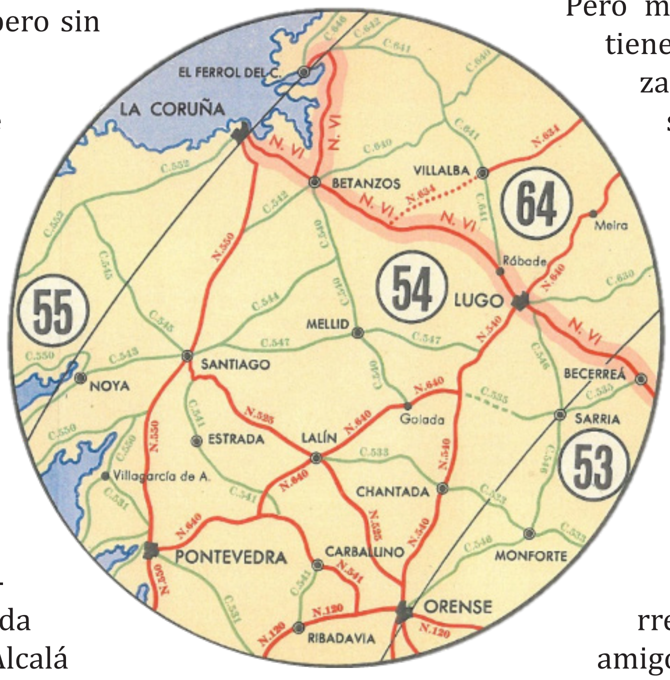
52 Poesía y matemáticas: una relación sorprendente

¿Son los conceptos matemáticos inspiración para los poetas? ¿Podría existir incluso una relación más profunda entre dos disciplinas en apariencia tan distintas?

En España nos movemos en Polares

Por Pablo Esquer Castill

En el año 1701, Felipe V viajó desde Madrid hasta Figueras (Gerona) para casarse con María Luisa Gabriela de Saboya, su primera esposa. El trayecto emprendido por el Rey Animoso discurrió por localidades como Guadalajara, Zaragoza, Pina de Ebro, Lérida e Igualada. Es decir, realizó un recorrido calcado al que sigue hoy la autopista A2 (pero sin peajes).



Que Felipe V siguiera lo que 300 años más tarde sería la Nacional II no se debe a una extraordinaria coincidencia histórica, sino a que nuestros caminos y carreteras se asientan y siempre se han asentado en el esqueleto de las calzadas romanas. Así, la A2 no hace sino seguir el recorrido abierto por dos calzadas: una que iba de Mérida a Zaragoza pasando por Alcalá de Henares, y otra de Zaragoza a Barcelona.

Pero las calzadas romanas plantearon con el tiempo un problema que ni siquiera la sofisticada ingeniería romana pudo prever. Y es que lo que antaño fueron varias provincias con sendas capitales, en los siglos posteriores se convirtió en un único territorio (España) con una única capital (Madrid), y para entonces la red de calzadas romanas, que contemplaba en su momento varios territorios administrativos, quedó como una maraña de caminos que no dificultaba pero tampoco facilitaba las comunicaciones del Imperio.

La idea brillante la tuvo años más tarde D. Alfonso Peña Boeuf (1888-1966), y fue la siguiente. Cuando uno tiene, como tenían y tienen España y los países de su entorno, un sistema de organización centrado en un único punto (a saber, la capital), esto de entrada sugiere la idea matemática de un *sistema de referencia*, que al final es eso: expresar la ubicación de puntos en el espacio con respecto a uno dado.

Pero más aún: toda vez que se tiene este sistema de organización que se traduce en un sistema de referencia, a la hora de organizar las comunicaciones por tierra lo suyo es expresar la ubicación de un punto en términos de dos magnitudes: a qué *distancia* está del origen y en qué *dirección*, pues como puede apreciarse en muchos mapas de capitales europeas, los sistemas de carreteras son radiales. Y eso, amigo, tal y como notó Alfonso Peña, en matemáticas tiene un nombre: **coordenadas polares**.

No en vano, Peña, además de ministro de Obras Públicas era ingeniero.

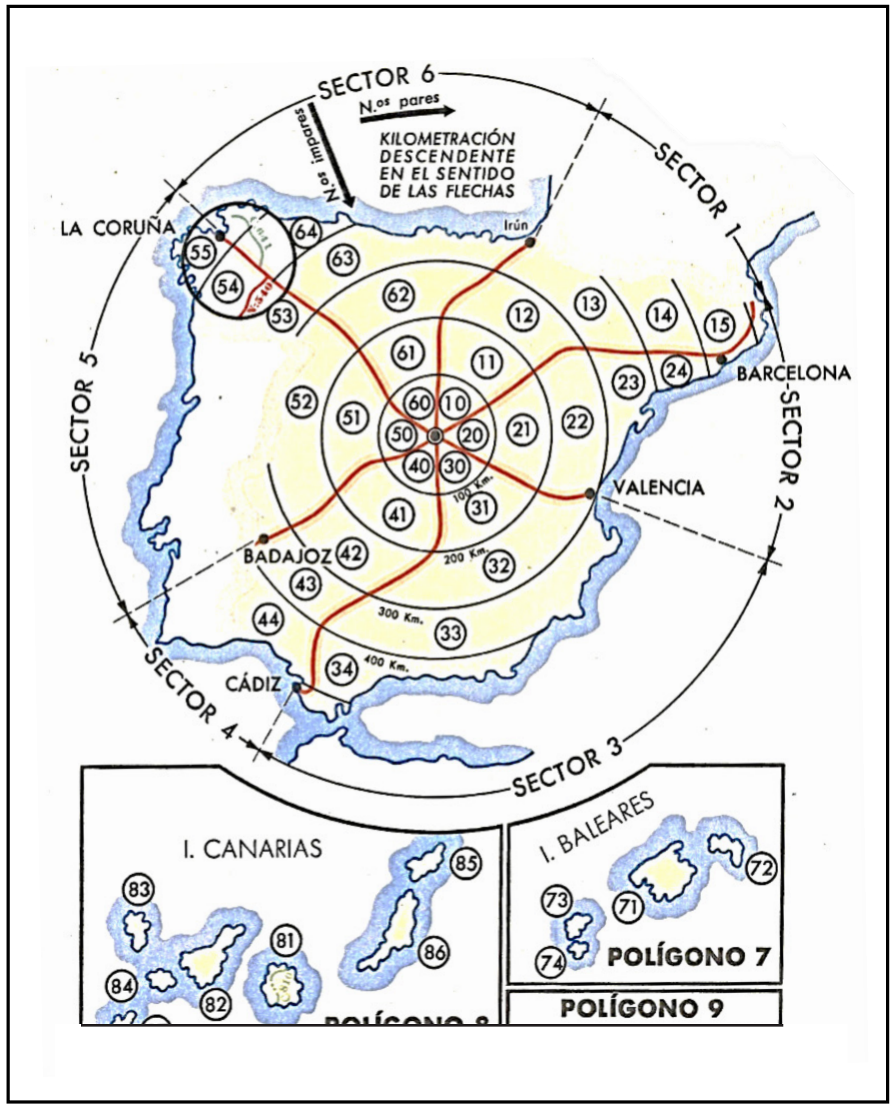
De modo que, dicho y hecho, el que se vino a llamar *Plan Peña* explicó detalladamente el porqué de esta idea y el cómo se ejecutó[1]. De Madrid partirían 6 carreteras de categoría *nacional*, es decir, las más importantes. Eran las carreteras a Burgos, Barcelona, Valencia, Córdoba, Mérida y La Coruña. El plano (esto es, el país) quedaba dividido entonces en 6 sectores numerados asimismo del 1 al 6. Esto marcaría en qué dirección con respecto a Madrid salía una carretera. A continuación, se plantearon 5 circunferencias imaginarias concéntricas en aquella ciudad, de radios 100, 200,... y 500 kilómetros, y una *circunferencia* adicional de radio 0, es decir, un punto (situado en Madrid), y se les asignó números del 0 al 6. Estos números marcarían la distancia al *origen* (el punto). Por tanto, para nombrar una carretera no había más que considerar en qué sector estaba y en qué circunferencia. Una carretera imaginaria que tuviera su origen en el sector 6 (entre la carretera de La Coruña y la de Burgos), a 248 km de Madrid (circunferencia número 2) sería denominada Nacional 62, o N-62. Así existe por ejemplo la N-627, carretera de Burgos a Aguilar de Campoo. El tercer dígito es un *dígito de control* asignado por la diputación local, podemos despreciarlo.

La utilidad de este sistema es que, de manera inversa, si se da el nombre de una carretera, uno puede hacerse la idea de en qué zona está. Por ejemplo, una N-331 estará en el sector 3 a 300 - 400 km de Madrid, es decir, por la zona oeste de Andalucía. En efecto, es la carretera de Córdoba a Málaga.

Y es que, como siempre, todo es más sencillo en polares. Por ejemplo: la ecuación de Laplace $\Delta u = 0$ en el disco se convierte, en coordenadas polares, en:

$$u_{rr} + \frac{1}{r}u_r + \frac{1}{r^2}u_{\theta\theta} = 0$$

Bueno... igual las cosas no siempre son más sencillas en polares. ¿O sí?



[1] Puede consultarse el **documento original** del Plan Peña con una explicación más detallada en http://www.carreteros.org/blog/pdfs/1940.pdf, archivo de donde están sacadas estas imágenes.

Matemáticas de la naturaleza

LA DIMENSIÓN FRACTAL

Por Jaime Gómez Ramírez

1. Introducción

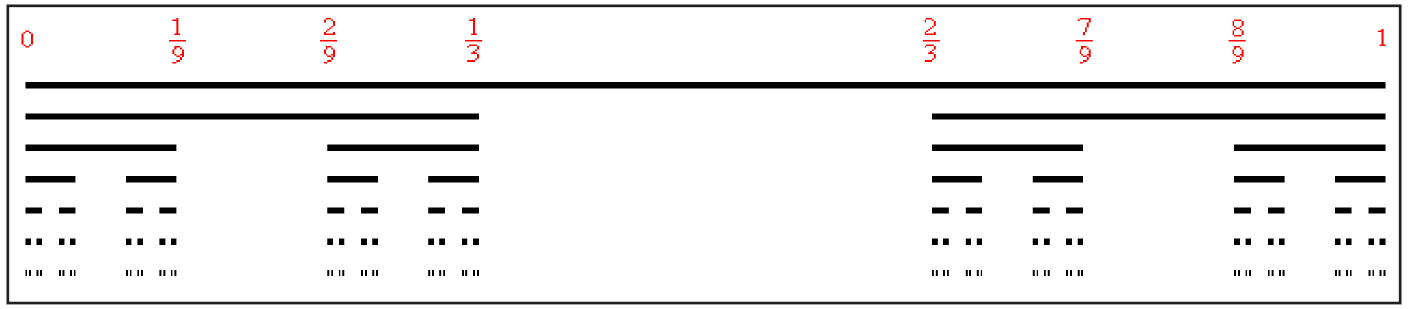
A menudo al escuchar la palabra *fractal* es fácil imaginar dibujos de estructuras complicadas, simétricas y habitualmente enrevesadas. Con un poco más de ingenio uno recuerda objetos algo más concretos, como los cristales de hielo, el brócoli o las espirales que forman ciertas flores y plantas. Desde la década de 1980, los fractales han ido ganando popularidad tanto en el arte como en la ciencia, y el público ha sido bombardeado con un término que no acaba de quedar claro. ¿Qué es un fractal? ¿Dónde se encuentran los fractales?

2. Autosemejanza

En matemáticas, el término *fractal* fue acuñado por primera vez por Benoît Mandelbrot, uno de los padres de la geometría fractal. Viene del latín *fractus*, que significa 'roto', con la idea de describir objetos imposibles de estudiar geométricamente mediante las ténicas tradicionales. Algunos ejemplos clásicos incluyen el conjunto de Cantor, la curva de Von Koch y el triángulo de Sierpinski, y entre todos ellos hay una propiedad en común: la autosemejanza.

Estos conjuntos que hemos mencionado son muy relevantes en varias áreas en matemáticas, ya que sirven de ejemplo para ilustrar una enorme variedad de fenómenos. El conjunto de Cantor, por ejemplo, es gigantesco: tiene tantos elementos como números reales. Sin embargo, geométricamente es muy pequeño, ya que en comparación con la recta real, este apenas ocupa lugar (su medida de Lebesgue es 0).

Para construirlo, tomamos el intervalo [0,1] y lo dividimos en tres partes iguales, eliminando la porción central sin incluir sus extremos. Así nos quedamos con los intervalos [0, 1/3] y [2/3, 1]. Con cada uno de esos intervalos hacemos lo mismo: los dividimos en tres y eliminamos el central. Iterando este proceso con los intervalos restantes de cada paso al final obtenemos el conjunto de Cantor.



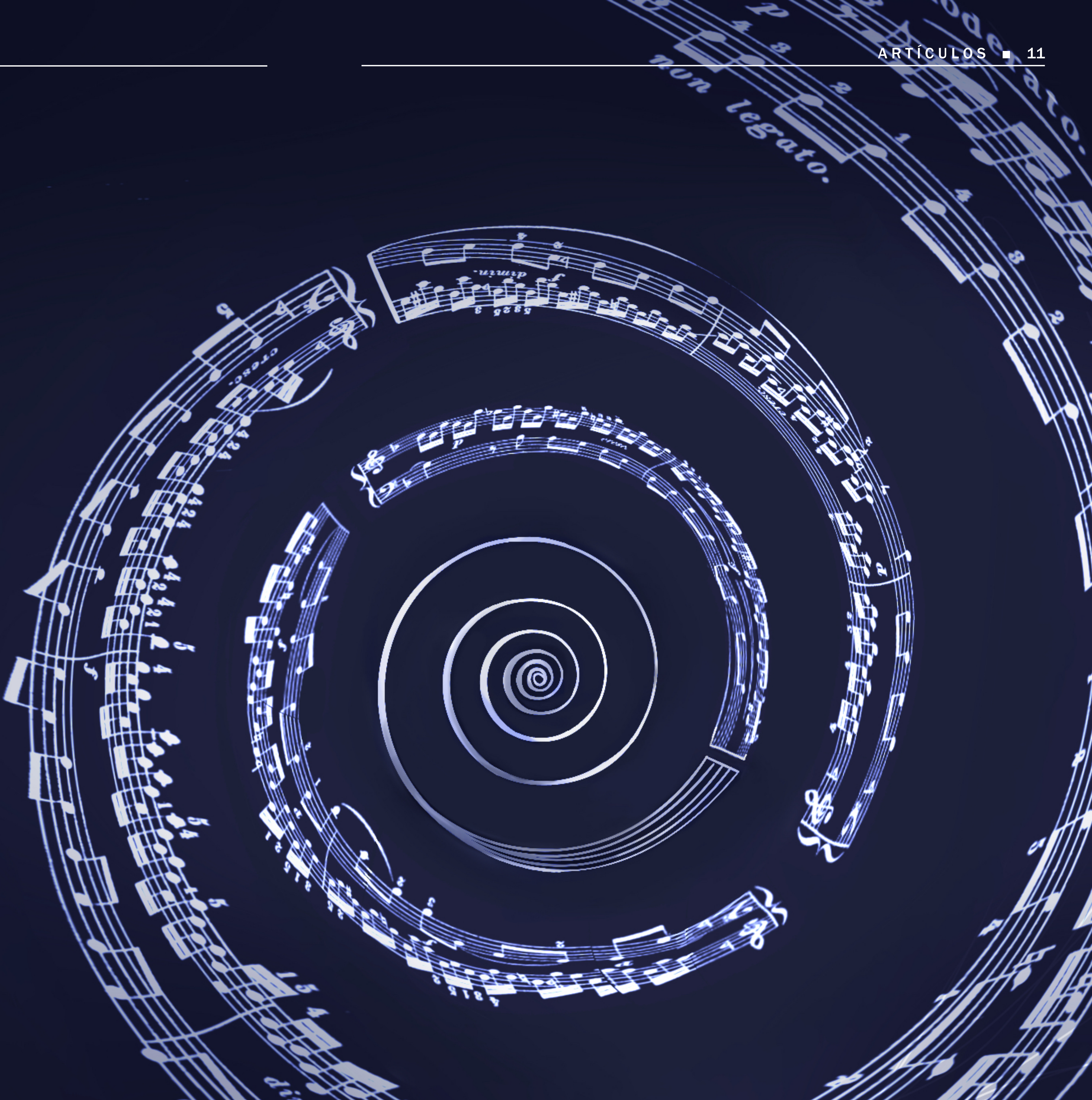
Construcción del conjunto de Cantor[8]

Bach elevado a Doce

La solución de Bach para paliar la quinta del lobo consistió en igualar las frecuencias de todas las notas a una diferencia interválica constante. Si se representan de manera gráfica conforman una espiral logarítmica.

Esta imagen está constituida a partir de fragmentos del Preludio VI del Clave bien temperado de J.S Bach, trazando dicha espiral.

Por Lucía García-Gil Simancas
Portada de Irene Ramiro López



Una relación sorprendente

POESÍA Y MATEMÁTICAS

Por Elena Köhler Ruiz
Ilustración de Irene Ramiro López

La conexión entre poesía y matemáticas puede resultar llamativa. El mundo de las matemáticas es lógico y objetivo, mientras que la poesía es subjetiva y está repleta de dobles significados. Sin embargo, varios autores han llamado la atención sobre el cruce ocasional de ambas materias. Esto nos lleva a plantear las siguientes cuestiones: ¿tienen las matemáticas influencia en la poesía?, ¿son los conceptos matemáticos objetos de inspiración para los poetas?, ¿podría existir incluso una relación más profunda entre dos disciplinas en apariencia tan distintas?[1]

La belleza poética del quinto postulado de Euclides

Euclid alone has looked on Beauty bare.
Let all who prate of Beauty hold their peace,
And lay them prone upon the earth and cease
To ponder on themselves, the while they stare
At nothing, intricately drawn nowhere
In shapes of shifting lineage; let geese
Gabble and hiss, but heroes seek release
From dusty bondage into luminous air.
O blinding hour, O holy, terrible day,
When first the shaft into his vision shone
Of light anatomized! **Euclid alone**
Has looked on Beauty bare. Fortunate they
Who, though once only and then but far away,
Have heard her massive sandal set on stone.

Edna St. Vincent Millay[2]

Euclides reunió en su obra Elementos gran parte del conocimiento de aritmética y geometría alcanzado en la época helenística[3]. El trabajo de este matemático griego, que vivió en la ciudad de Alejandría alrededor del siglo III a.C., es valorado como uno de las más relevantes en la historia de las matemáticas[4].

Una de las aportaciones más importantes de Euclides es un conjunto de cinco postulados que constituyó el punto de partida para la construcción de su geometría. Entre ellos, se encuentra la afirmación de que “un segmento rectilíneo siempre puede ser alargado” o que “hay una sola circunferencia con un radio y centro dados”. Estos postulados, que pueden parecer en principio evidentes y sin mayor trasfondo, han determinado la forma que tenemos de concebir la geometría. Es difícil imaginar una introducción al mundo de las matemáticas en la infancia que no comience por explicar el concepto de punto, recta o círculo.

El último y menos evidente de los postulados euclidianos es el que ha tenido mayor relevancia en el desarrollo de las teorías matemáticas modernas. Este quinto postulado de Euclides, reformulado en el siglo XVIII en un enunciado equivalente (axioma de Playfair), afirma lo siguiente: “desde un punto exterior a una recta se puede trazar una, y sólo una, paralela a la misma”[5]. Durante mucho tiempo, los matemáticos se preguntaron si esta proposición podía ser demostrada a partir de los cuatro primeros postulados o si, por el contrario, era independiente de ellos.

La respuesta no llegó hasta el siglo XIX. Al parecer, Carl Friedrich Gauss (1777-1855), una de las figuras más dominantes del periodo, dedicó parte de su vida al intento de demostrar el llamado “postulado de las paralelas” a partir del método de reducción del absurdo. Finalmente, se planteó la posibilidad de diseñar una nueva geometría, distinta a la euclidiana y consistente desde el punto de vista matemático. A partir de la negación del quinto postulado de Euclides, Gauss abrió la puerta a un campo completamente nuevo y lleno de posibilidades: acababa de nacer la

Euclides (~325 a.C.-270 a.C.), Gauss (1777-1855) y Hilbert (1862-1943)

LA BELLEZA OCULTA EN DECORAR CARTAS

Por Pablo Sánchez Peralta

Ana tiene la costumbre de pintar las esquinas de las cartas que escribe. Siempre utiliza 4 colores distintos: rojo, amarillo, verde y azul. Para empezar, ordena las pinturas de izquierda a derecha, y según su posición las relaciona con una esquina (como en la imagen). Además, tiene la manía de que el rojo y el amarillo van en esquinas opuestas, es decir, colorean los extremos de la diagonal imaginaria que atraviesa la carta. Le gusta variar la forma en la que decora su correspondencia, y por ello siempre trata de usar todas las configuraciones posibles hasta volver a repetir alguna.

Sin embargo, hay una dificultad añadida, Ana es ciega. Esto es un problema para ella porque pasa tanto tiempo entre una carta y otra que ya no se acuerda de dónde está cada color (solamente está segura de que entre el rojo y el amarillo se encuentra otro color), y no quiere repetir unas decoraciones más que otras.

Todo esto ha llevado a Ana a pensar en seguir una **regla de oro** para cambiar los colores de las esquinas, esto es, hacer siempre el mismo movimiento de las pinturas ordenadas de izquierda a derecha, una y otra vez, con el objetivo de recorrer todos los posibles diseños una sola vez hasta llegar al inicial. Un movimiento puede consistir en varios intercambios, por ejemplo, primero desplazarlos una posición hacia la derecha (salvo el extremo derecho que pasaría a ser el extremo izquierdo) y luego intercambiar 2 pinturas (de posiciones válidas), se considera como un solo movimiento. La única restricción es que una vez elegido dicho movimiento ya no puedes cambiar de opción, solamente repetirlo una y otra vez.

¿Qué puedes decirle a Ana sobre la regla que busca?

SIGNO Y SENO

Por Javier Aguilera Villegas

Os reto a resolver la siguiente integral:

$$I=\int_0^\infty \operatorname{sgn}\left(\sin\left(e^x\right)\right)dx$$

Donde *sgn* es la función signo:

$$\operatorname{sgn}(x)=\begin{cases}1 \; si \; x>0\\ -1 \; si \; x<0\\ 0 \; si \; x=0\end{cases}$$

TRAGEDIA EN LA GEODESIA

Adaptado por Samuel Nevado Rodrigo

Dos profesores de geometría se encuentran perdidos tras una larga etapa de senderismo. Cansados, reposan en un sitio que les resulta familiar, y pregunta uno:
- Pablo, ¿sabés dónde estamos?

- No sé, Josechu, pero me he dado cuenta de lo siguiente: nos hemos encaminado un kilómetro hacia al sur, otro al oeste y por último, hemos recorrido un kilómetro dirigiéndonos al norte, todo para volver a acabar en este mismo sitio. No alcanzo a comprenderlo. Habiendo escuchado a su compañero de aventuras, Josechu sonríe:

- Ya sé dónde estamos, Pablo.

¿Dónde se pueden encontrar Pablo y Josechu?

Soluciones en las páginas 72-74